الرياضيات

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسي
الثانى

هدية
مجانية

إعداد أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الوحدة الأولى

مراجعة على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى

مثال (١) حلل بإخراج ك.م.أ.

١) $٩س^{٣} - ٣س^{٢} + ٦س$

الحل

$٣س(٣س^{٢} - س + ٢)$

---

٢) $١٥أ^{٢}ب + ١٠أ^{٤} + ٥أب$

الحل

$٥أب(٣أ + ٢ب + ١)$

---

٣) $س(أ+ب) - ص(أ+ب)$

الحل

$(أ+ب)(س-ص)$

---

٤) إذا كان $ب + جـ = ١٠$

، $س - ص = ٥$

فأوجد قيمة

$ب(س-ص) + جـ(س-ص)$

الحل

المقدار $ب(س-ص) + جـ(س-ص)$

$= (س-ص)(ب+جـ)$

$= ٥ \times ١٠ = ٥٠$

تدريب

حلل بإخراج ك.م.أ.

١) $١٢ص^{٢} - ٩ص + ٣ص^{٣}$

---

٢) $١٥ب^{٣} - ٥أ^{٢} - ١٠ب$

---

٣) إذا كان $(أ+ب) = ٨$

، $(س-ص) = ٤$

فأوجد قيمة المقدار

$أ(س-ص) + ب(س-ص)$

الوحدة الأولى

الدرس الأول : تحليل المقدار الثلاثى

النوع الأول المقدار الثلاثى البسيط
"معامل س٢ = ١"

حلل تحليلاً كاملاً

١) س٢ + ٥س + ٦
٦ = ١ × ٦
٣ × ٢
(س + ٣)(س + ٢)
مجموعهم ٥

٢) س٢ - ٥س + ٦
٦ = ١ × ٦
= ٣ × ٢
(س - ٣)(س - ٢)
مجموعهم ٥

٣) س٢ - ٧س + ١٠
١٠ = ١ × ١٠
٥ × ٢
(س - ٥)(س - ٢)
مجموعهم ٧

٤) س٢ + ٦س + ٨
٨ = ١ × ٨
٤ × ٢
(س + ٤)(س + ٢)
مجموعهم ٦

٥) س٢ + ٣س - ١٠
١٥ = ١ × ١٥
٥ × ٣
الفرق بينهم ٣
(س + ٥)(س - ٣)

الإشارات نزل أضرب نزل تانى
ويتم وضع العدد الأكبر فى القوس الأول
والبقاء للأقوى

تدريب حلل تحليلاً كاملاً

١) س٢ + ٧س + ١٠
٢) س٢ - ٧س + ١٢
٣) س٢ - ١١س + ١٠
٤) س٢ + س - ٦
٥) س٢ - س - ٢٠

لاحظ

لابد من ترتيب المقدار حسب الاسس تنازلياً قبل التحليل واخذ العامل المشترك اذا وجد.

مثال (٢) حلل تحليلاً كاملاً

(١) $٦ + ٤ب^{٢} + ٥ب$

الحل

$٦ \times ١ = ٦$
٣×٢

$٤ب^{٢} + ٥ب + ٦$

$(ب + ٣)(٤ب + ٢)$

(٢) $٣س^{٢} - ١٥س + ١٢$

الحل

$٤ \times ١ = ٤$
٢×٢

$٣(س^{٢} - ٥س + ٤)$

$٣(س - ٤)(س - ١)$

(٣) $س^{٢}ص^{٢} - ٢٤ - ٢٥ص^{٢}س$

$(س^{٢}ص^{٢} - ٢٥)(س^{٢}ص^{٢} + ١)$

$١ \times ٢٥ = ٢٥$
المجموع ٢٤

(٤) $ب^{٦} - ٧ب^{٣} + ١٠$

$١٠ \times ١ = ١٠$
٥×٢

$(ب^{٣} - ٥)(ب^{٣} - ٢)$

أوجد قيم (ج) الممكنة

(١) $س^{٢} + جـ س + ١٥$

الحل

عددان حاصل ضربهما ١٥ ومجموعهما جـ

ص $١ \times ١٥ \Leftarrow$ جـ $= ١٦$

$٣ \times ٥ \Leftarrow$ جـ $= ٨$

(٢) $س^{٢} - جـ ص + ٢٩$

الحل

عددان حاصل ضربهما ٢٩ ومجموعهما جـ

$١ \times ٢٩ \Leftarrow$ جـ $= ٣٠$

---

(٣) إذا كان $(س - ٣)$ أحد عوامل المقدار $س^{٢} - ٥س + ٦$ فأوجد العامل الآخر

الحل

$س^{٢} - ٥س + ٦$

$(س - ٣)(س - ٢)$

∴ العامل الآخر $س - ٢$

(٤) إذا كان $(س + ٤)$ أحد عوامل المقدار $س^{٢} + ٩س + ٢٠$ فأوجد العامل الآخر

النوع الثانى : المقدار الثلاثى غير البسيط

$أ س^{٢} + ب س + جـ$

حيث $أ \neq ١$

أسهل طريقة لحل هذا النوع

مثال (١) حلل تحليلاً كاملاً.

(١) $٢ س^{٢} + ٣ س + ١$

الحل

نضرب معامل $س^{٢}$ فى الحد الأخير

ونرجع نقسم عليه بعد التحليل

(٢) $س^{٢} + ٣ س + ٢$

$(س + \frac{٢}{٢})(س + \frac{١}{٢})$

$(س + ١)(٢ س + ١)$

---

(٢) $٣ ب^{٢} + ٧ ب + ٢$

الحل

(٣) $ب^{٢} + ٧ ب + ٦$

$٦ \times ١ = ٦$
مجموعهم ٧

$(ب + ٦)(ب + \frac{١}{٣})$

$(ب + ٢)(٣ ب + ١)$

(٣) $٢ س^{٢} - ١١ س + ٣$

الحل

$١٨ = ٩ \times ٢$
مجموعهم ١١

$س^{٢} - ١١ س + ١٨$

$(س - \frac{٩}{٦})(س - \frac{٢}{٦})$

$(س - \frac{٣}{٢})(س - \frac{١}{٣})$

$(٢ س - ٣)(٣ س - ١)$

---

(٤) $٩ م^{٢} - ١٩ م + ٦$

الحل

$١٨ = ١ \times ١٨$
مجموعهم ١٩

$م^{٢} - ١٩ م + ١٨$

$(م - \frac{١٨}{٣})(م - \frac{١}{٣})$

$(م - ٦)(٣ م - ١)$

---

(٥) $س^{٢} - ٣ س - ٢$

الحل

$١٠ = ٥ \times ٢$

$س^{٢} - ٣ س - ١٠$

$(س - \frac{٥}{٥})(س + \frac{٢}{٥})$

$(س - ١)(٥ س + ٢)$

---

(٦) $٢ ص^{٢} + ٥ ص + ٣$

تدريب

مثال (٣)

ستعامل مساحته

$(٢س^{٢}+١٩س+٣٥)$ سم^{٢}

أوجد بعديه بدلاله س ثم

أوجد محيطه

الحل

$٢س^{٢}+١٩س+٣٥$

$س^{٢}+١٩س+٧٠$

$(س+\frac{١٤}{٢})(س+\frac{٥}{٢})$

$(س+٧)(٢س+٥)$

بعديه هما $س+٧$ سم

$٢س+٥$ سم

عندما $س=٣$

البعديه ١٠ ، ١١ سم

المحيط $= ٢\times(١٠+١١) = ٤٢$ سم

الواجب

١ حلل تحليلاً كاملاً :

(١) $س^{٢}-١٠س+٩$

(٢) $ص^{٢}-٨س+١٢$

(٣) $ص^{٢}-٣س-١٠$

(٤) $٢س^{٢}+١٠س+١٢$

---

٢ حلل تحليلاً كاملاً

(١) $٣س^{٢}+٧س+٢$

(٢) $٢ص^{٢}+٣ص+١$

(٣) $٢س^{٢}+٥س+٣$

(٤) $٢س^{٢}+٧س+٣$

---

٣ أكمل

(١) $س^{٢}-٩س+١٤ = (س-٧)($ $)$

(٢) $س^{٢}-١٣س+٣٠ = ($ $)(س-٣)$

(٣) $س^{٢}+س-٣ = (س+٦)($ $)$

(٤) إذا كان $(س-١)$ أحد عامل المقدار

(٥) $س^{٢}+٥س-٦$ فإن العامل الآخر هو ---

١

الوحدة الأولى

الدرس الثانى : تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

الفكرة الأولى

متى يكون المقدار مربع كامل

١- الحد الأول مربع وموجب

٢- الحد الثالث مربع موجب

٣- الحد الأوسط $= \pm 2 \times$ الجذر الأول $\times$ الجذر الثالث

مثال (١) حدد المربع الكامل

(١) $س^2 - 6س + 9$

الأول مربع وموجب

الثالث مربع موجب

الثانى $= \pm 2 \times \sqrt{س^2} \times \sqrt{9} = 6س$

مربع كامل

---

(٢) $م^2 - 6م - 9$

الثالث سالب ليس مربع كامل

---

(٣) $4ع^2 + 14ع ب + 49ب^2$

الأول والثالث تمام

الأوسط $= \pm 2 \times \sqrt{4ع^2} \times \sqrt{49ب^2}$

$= \pm 2 \times 2ع \times 7ب = 28ع ب$

ليس مربع كامل

الفكرة الثانية

ايجاد الحد الناقص فى المربع الكامل

١- الحد الأول $= \frac{(\text{الأوسط})^2}{4 \times \text{الثالث}}$

٢- الحد الثالث $= \frac{(\text{الأوسط})^2}{4 \times \text{الأول}}$

٣- الحد الأوسط $= \pm 2 \times$ الجذر الأول $\times$ الجذر الثالث

مثال (٢) أوجد الحد الناقص ليصبح مربع كامل

(١) $9س^2 + 4 + ---$

الحد الأوسط $= \pm 2 \sqrt{9س^2} \times \sqrt{4}$.

$= \pm 2 \times 3س \times 2 = \pm 12س$

---

(٢) $1 + 8س + ---- +$

الحد الأول $= \frac{(8س)^2}{4 \times 1} = \frac{64س^2}{4}$

$16س^2$

---

(٣) $س^2 - 6س + ---$

الحد الثالث $= \frac{(6س)^2}{4س^2} = \frac{36س^2}{4س^2}$

$= 9$

مثال (٣) أوجد قيمة ل التى تجعل المقدار مربع كامل

(١) $س^{٢} - ل س + ١$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \sqrt{س^{٢}} \times \sqrt{١}$

$= \pm ٢ \times س \times ١ = \pm ٢ س$

$\therefore ل = ٢$

(٢) $٤ س^{٢} + ل س + ٩$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times \sqrt{٤ س^{٢}} \times \sqrt{٩}$

$= \pm ٢ \times ٢ س \times ٣ = \pm ١٢ س$

$\therefore ل = ١٢$

الفكرة الثالثة
تحليل المقدار الثلاثى المربع كامل

$(\sqrt{\text{الأول}} \pm \sqrt{\text{الثانى}})^{٢}$

↑ إشارة الحد الأوسط

مثال (٤) تحليلاً تحليلاً كاملاً

(١) $س^{٢} - ٦ س + ٩ = (س - ٣)^{٢}$

(٢) $م^{٢} + ١٠ م + ٢٥ = (م + ٥)^{٢}$

(٣) $ع^{٢} - ٨ ب + ١٦ = (ب - ٤)^{٢}$

(٤) $ص^{٢} - ٢٠ ص + ١٠٠ = (ص - ١٠)^{٢}$

(٥) $٢٥ ن^{٢} - ١٠ ب + ١ = (٥ ب - ١)^{٢}$

(٦) $٣٦ - ٦٠ ل + ٢٥ ل^{٢} =$

(٧) $م^{٢} - ٢ م + ١ =$

(٨) $٩ س^{٢} + ١٢ س + ٤ =$

(٩) $٤ س^{٢} - ٤ س ص + ص^{٢} =$

الواجب

١) إذا كان $أ^٢ + ب^٢ = ١٥$
$أ ب = ٣$ فإن $(أ - ب)^٢ = ...$
الحل
$(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أ ب + ب^٢$
$(أ - ب)^٢ = ١٥ - ٢ \times ٣$
$= ١٥ - ٦ = ٩$

---

٢) إذا كان $أ + ب = ٧$
فإن $أ^٢ + ٢أ ب + ب^٢ = ...$
الحل
$أ^٢ + ٢أ ب + ب^٢ = (أ + ب)^٢ = ٧^٢ = ٤٩$

---

٣) إذا كان $س - ص = ٥$
فإن $س^٢ - ٢س ص + ص^٢ = ...$
الحل
$س^٢ - ٢س ص + ص^٢ = (س - ص)^٢$
$= ٥^٢ = ٥ \times ٥ = ٢٥$

---

١) لاحظ $(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أ ب + ب^٢$

٢) $(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أ ب + ب^٢$

١) أوجد المقدار الثلاثى المربع الكامل
(١) $س^٢ - ١٠س + ٢٥$
(٢) $س^٢ + ١٠س + ١٠٠$
(٣) $س^٢ + ١٠س - ٢٥$

---

٢) أكمل ليكون مربع كامل ثم أوجد قيمة ك
(١) $س^٢ - ك س + ١٦$
(٢) $س^٢ + ك س + ٨١$
(٣) $س^٢ - ٦س + ك$

---

٣) حلل تحليلاً كاملاً.
(١) $س^٢ - ٦س + ٩$
(٢) $س^٢ + ٦س + ٩$
(٣) $ص^٢ - ١٠ص + ٢٥$
(٤) $ص^٢ - ١٢ص + ٣٦$
(٥) $٢٥س^٢ - ١٠س + ١$

---

٤) إذا كان $أ - ب = ٣$
فإن $أ^٢ - ٢أ ب + ب^٢ = ...$

---

٥) إذا كان $س^٢ + ص^٢ = ١٧$ ، $س ص = ٧$
فإن $(س - ص)^٢ = ...$

الوحدة الأولى

الدرس الثالث : تحليل الفرق بين مربعين

$س^٢ - ص^٢ = (س + ص)(س - ص)$

مثال (١) حلل تحليلاً كاملاً

١) $أ^٢ - ٤ = (أ + ب)(أ - ب)$

٢) $س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$

٣) $س^٢ - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$

٤) $٢٥ - ص^٢ = (٥ - ص)(٥ + ص)$

٥) $٤س^٢ - ٩ص^٢ = (٢س - ٣ص)(٢س + ٣ص)$

٦) $ص^٢ - ١ = (ص - ١)(ص + ١)$

٧) $ص^٢ - ١٠٠ = (ص - ١٠)(ص + ١٠)$

٨) $٨س^٢ - ٥٠ =$
$٢(٤س^٢ - ٢٥) = ٢(س - ٥)(س + ٥)$

٩) $-٩س^٢ + ٢٥ =$
$٢٥ - ٩س^٢ = (٥ - ٣س)(٥ + ٣س)$

تدريب (١) حلل

١) $أ^٢ - ص^٢ =$

٢) $٩ - ع^٢ =$

٣) $٩س^٢ - ٢٥ =$

٤) $٨س^٢ - ٢٠٠ =$

مثال (٢) أكمل

١) إذا كان $(س - ص) = ٥$
، $(س + ص) = ١٠$ فإن
$س^٢ - ص^٢ =$ ---
الحل
$س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص)$
$٥٠ = ١٠ \times ٥$

---

٢) إذا كان $(أ - ب) = ٣$ ، $(أ + ب) = ٦$
فإن $أ^٢ - ع^٢ =$ ---

"حل إنت"

٣) إذا كان $س^{٤} - ص^{٤} = ١٠$
و $س - ص = ٥$ فإن $س + ص$
فإن $س + ص =$ ----
$(س - ص)(س + ص) = س^{٤} - ص^{٤}$
$٥ \times (س + ص) = ١٠$
$(س + ص) = \frac{١٠}{٥} = ٢$

---

٤) استكمل مساحة $س^{٤} - ص^{٤}$ وحدة مربعة
وطوله $س - ص$ وحدة طول
فإن عرضه = - - - - وحدة طول

الواجب

حل عملياً تماماً

١) $س^{٤} - ص^{٤} =$

٢) $م^{٢} - ن^{٤} =$

٣) $٩ - ص^{٤} =$

٤) $س^{٤} - ١٨ =$

٥) $س^{٤} - ١٠٠ =$

٦) $ص^{٤} - ١٦ =$

٧) $أ^{١٠} - ب^{٦} =$

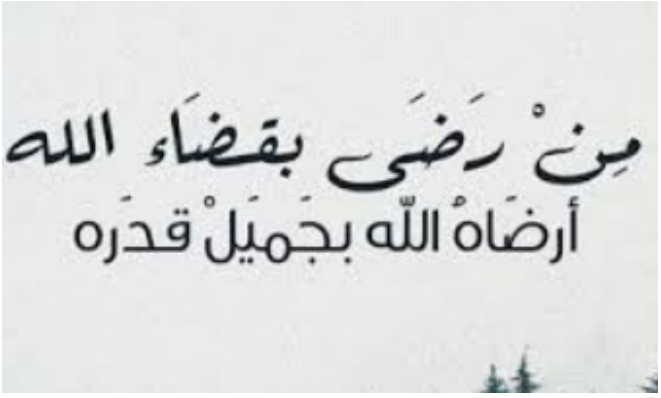
ألف

١) إذا كان $س - ص = ٢$ و $س + ص = ٨$
فإن $س^{٤} - ص^{٤} =$ - - -

٢) إذا كان $س^{٤} - ص^{٤} = ٢٠$
و $س - ص = ٥$ فإن $س + ص =$ - - -

٣) إذا كان $(س - ١)(س + ١) = س^{٤} + ك - ٤٦$
فإن $ك =$ - - -

٤) إذا كان $س^{٤} - م = (س + ٤)(س - ٤)$
فإن $م =$ - - - -



الوحدة الأولى

الدرس الرابع : تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهم

$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + سص + ص^2)$

$س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - سص + ص^2)$

مثال (١) حلل تحليلاً تاماً

(١) $س^3 - ٨ =$
$(س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)$

(٢) $ص^3 + ١٢٥ =$
$(ص + ٥)(ص^2 - ٥ص + ٢٥)$

(٣) $م^3 - ٢٧ =$
$(\quad)(\quad)$

(٤) $ع^3 + ١٠٠٠ =$
$(\quad)(\quad)$

(٥) $م^3 - ٦٤ =$
$(\quad)(\quad)$

مثال (٢) أكمل

(١) إذا كان $(س - ص) = ٤$
، $س^2 + سص + ص^2 = ٦$
فإن $س^3 - ص^3 = ---$
$= ٤ \times ٦ = ٢٤$

(٢) إذا كان $م + ب = ١٠$
، $م^2 - مب + ب^2 = ٤$
فإن $م^3 + ب^3 = ----$

(٣) إذا كان $س^3 - ص^3 = ٣٠$
، $س - ص = ١٠$
فإن $س^2 + سص + ص^2 = ---$
$= \frac{٣٠}{١٠} = ٣$

(٤) $م^3 + ٦٤ن^3$
$= (م + ٤ن)(م^2 - ٤من + ١٦ن^2)$

(٥) $س^3 - ٧٢٩ =$
$(س - ٩)(س^2 + ٩س + ٨١)$

الواجب

حلل تحليلاً كاملاً

(١) $س^{٣} - ١٢٥ =$

(٢) $ص^{٣} + ١٠٠٠ =$

(٣) $أ^{٣} - ١٠٠٠٠ =$

$(أ - ١٠)(أ^{٢} + ١٠أ + ١٠٠)$

(٤) $أ^{٦} - ب^{٣} =$

(٥) $\frac{١}{٨} أ^{٣} - ٨ب^{٣} =$

$\frac{١}{٨}(أ^{٣} - ٦٤ب^{٣})$

$= \frac{١}{٨}(أ - ٤ب)(أ^{٢} + ٤أب + ١٦ب^{٢})$

(٦) $ب^{٣} - ٢٧ =$

(٧) $٨س^{٣} + ١٢٥ =$

(٨) $٨ص^{٣} - ب^{٣} =$

(٩) $٦٤أ^{٣} - ٢٧ =$

أكمل

(١٠) إذا كان $(س - ص)$ أحد عامل المقدار $س^{٣} - ص^{٣}$ فإن العامل الآخر هو - - - -

(١١) إذا كان $أ + ب = ٥$ ، $أ^{٣} - ب^{٣} = ١٠$

فإن $أ^{٢} + أب + ب^{٢} =$ - - -

(١٢) إذا كان $ل - م = ٨$

$ل^{٢} + لم + م^{٢} = ٤$

فإن $ل^{٣} - م^{٣} =$ - - -

الوحدة الأولى

الدرس الخامس
التحليل بالتقسيم

تحليل كثيرة حدود مكونة من أربع حدود

مثال (١) حلل كل مما يأتى

(١) $٥س + ٥ص + ٤س ص + ٤ص$

الحل

$(٥س + ٥ص) + (٤س ص + ٤ص)$

$٥(س + ص) + ٤ص(س + ص)$

$(س + ص)(٥ + ٤ص)$

---

(٢) $أس + ب ص + ب س + أص$

الحل

$(أس + ب س) + (ب ص + أص)$

$س(أ + ب) + ص(ب + أ)$

$(أ + ب)(س + ص)$

---

(٣) $س ص + ٥ص + ٧س + ٣٥$

الحل

$(س ص + ٥ص) + (٧س + ٣٥)$

$ص(س + ٥) + ٧(س + ٥)$

$(س + ٥)(ص + ٧)$

---

(٤) $أ ب س^٣ + ب س - أ س - ١$

الحل

$(أ ب س^٣ - أ س) + (ب س - ١)$

$أ س(ب س^٢ - ١) + (ب س - ١)$

$(ب س - ١)(أ س^٢ + ١)$

---

(٥) $س^٢ - ٢ س ص + ص^٢ - أ^٢$

الحل

لاحظ أول ٣ حدود ثلاثى مربع كامل

$(س^٢ - ٢ س ص + ص^٢) - أ^٢$

$(س - ص)^٢ - أ^٢$ فرق بين مربعين

$[س - ص - أ][س - ص + أ]$

---

(٦) $٤ س^٢ - ٢٥ + ٤ س ص + ص^٢$

الحل

$[٤ س^٢ + ٤ س ص + ص^٢] - ٢٥$

$(٢ س + ص)^٢ - ٢٥$

$[٢ س + ص + ٥][٢ س + ص - ٥]$

الواجب

حلل

١) $س ص^{٣} + ص^{٣} + ٧ س ص + ٣٥$

٢) $٢ س^{٢} + ب س ص + ٢ ص^{٢} + ب ص$

٣) $٣ س^{٣} + ٢ ص^{٣} + ٢ س^{٢} ص + ٢ س ص^{٢}$

٤) $٥ ل^{٢} - ١٠٠ م^{٢} - ٢ ل + ٢ م$

٥) $م^{٢} - ٤ ن^{٢} + ٢ م + ٢ ب$

أكمل

١) إذا كان $٢ س^{٣} + س^{٢} ص + ٥ س ص^{٢} + ب ص^{٣}$

$= ٣٥$

و $٢ + ب = ٥$ فإن $س + ص = ---$

٢) إذا كان $٢ + ب = ٥$ ، $ص + د = ٤$

فإن $٢ ج + ٢ د + ب ج + ب د = ---$

٣) $٣ م^{٣} - ٢ م^{٢} ن + ٢ م ن^{٢} - ن^{٣} = (٢ م + ن)(---)$

٤) إذا كان $٤ - ص = ٦$

، $س (٤ - ص) + ل (٤ - ص) = ٢٤$

فإن $س + ل = ---$

الدرس السادس
التحليل بإكمال المربع

الوحدة الأولى

حلل تحليلاً تاماً

(١) $س^٤ + ٤ ص^٤$

الحل

لاحظ أنه هذا شكل مجموع مربعين وهو ليس له تحليل

لذلك سنضيف الحد الأوسط الذى يجعله ثلاثى مربع كامل $\pm ٢ س^٢ \times ٢ ص^٢ = \pm ٤ س^٢ ص^٢$

$= س^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ + ٤ ص^٤ - ٤ س^٢ ص^٢$

$= (س^٢ + ٢ ص^٢)^٢ - (٢ س ص)^٢$

$= [س^٢ + ٢ ص^٢ + ٢ س ص][س^٢ + ٢ ص^٢ - ٢ س ص]$

$= (س^٢ + ٢ س ص + ٢ ص^٢)(س^٢ - ٢ س ص + ٢ ص^٢)$

على فكرة هذا الحل تجيب معرة واحدة

الحد الأوسط $= \pm ٤ س ص$

$(س^٢ + ٢ س ص + ٢ ص^٢)(س^٢ - ٢ س ص + ٢ ص^٢)$

---

(٢) تعرف تحل دى معرفوش واحدة.

$٨١ س^٤ + ٤ ص^٤$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times ٩ س^٢ \times ٢ ص^٢$

$= \pm ٣٦ س^٢ ص^٢$

$(٩ س^٢ + ٦ س ص + ٢ ص^٢)(٩ س^٢ - ٦ س ص + ٢ ص^٢)$

---

(٣) تعرف تحل دى معرفوش واحدة ؟؟؟

$س^٤ + ٦٤$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times س^٢ \times ٨$

$= \pm ١٦ س^٢$

$(س^٢ + ٤ س + ٨)(س^٢ - ٤ س + ٨)$

---

(٤) تعرف تحل دى معرفوش واحدة ؟؟؟

تدريب

$٦٤ م^٤ + ن^٤$

الحل

النوع الثانى

يحتاج مساعدة على شكل مربع كامل.

---

⑤ حلل

$س^{٤} + ٩ س^{٢} + ٨١$

الحل

الحد الأوسط $= \pm ٢ \times س^{٢} \times ٩ \times ٩$

$= \pm ٢ س^{٢} \times ٩$

$= \pm ١٨ س^{٢}$

$س^{٤} + ١٨ س^{٢} + ٨١ \quad + ٩ س^{٢} - ١٨ س^{٢}$

$(س^{٤} + ١٨ س^{٢} + ٨١) - ٩ س^{٢}$

$(س^{٢} + ٩)^{٢} - (٣ س)^{٢}$

$(س^{٢} + ٩ - ٣ س)(س^{٢} + ٩ + ٣ س)$

$(س^{٢} - ٣ س + ٩)(س^{٢} + ٣ س + ٩)$

الواجب

حلل

① $س^{٤} + ٤ ص^{٤}$

② $٤ ص^{٤} + ٤ ع^{٤}$

③ $٤ ص^{٤} + ١$

④ $س^{٤} + ٤$

⑤ $١٦ س^{٤} - ٢٨ \quad س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}$

ملخص لكل قواعد التحليل

أ/ محمد أدهم

مقدار مكون من حدين

فرق بين مربعين

* $س^2 - ص^2 = (س - ص)(س + ص)$

فرق بين مكعبين

* $س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$

مجموع مكعبين

* $س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2)$

إكمال المربع

* $س^2 + 4 ص^2 \pm 2 \times س \times 2ص = 4س^2$

$(س^2 + 2س ص + 2ص^2)(س^2 - 2س ص + 2ص^2)$

المدى

$س^2 - 9$

$ص^3 - 27$

$125 + ب^3$

$4ص^2 + 1$

مقدار مكون من 3 حدود

مقدار ثلاثى بسيط

* $س^2 + 5س + 6 = (س + 3)(س + 2)$

مقدار ثلاثى غير بسيط

* $(3) \quad 2 + 7ب + 3ب^2$

$6 + 7ب + ب^2$

$(\frac{1}{2} + ب)(\frac{1}{3} + ب)$

$(ب + 2)(3ب + 1)$

مقدار ثلاثى مربع كامل

* $س^2 - 6س + 9 = (س - 3)^2$

المدى

$س^2 - 7س + 10$

$2ص^2 + 5ص + 3$

$س^2 + 10س + 25$

مقدار مكون من 4 حدود

مفيش نيره

التحليل بالتقسيم

* $أ س + ب س + أ ص + ب ص$

$(أ س + ب س) + (أ ص + ب ص)$

$س(أ + ب) + ص(أ + ب)$

$(أ + ب)(س + ص)$

المدى

$س ص + 5ص + 7س + 35$

٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الوحدة الأولى

الدرس السابع: حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبرياً

خطوات حل المعادلة

١) اجعل الحدود كلها فى طرف واحد
٢) رتب حسب أس س التنازلية
٣) خذ العامل المشترك إذا وجد
٤) حلل زى ما تعودنا
٥) اطلع مجموعة الحل

مثال (١) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية فى ح

(١) $س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$

الحل

$(س - ٣)(س - ٢) = ٠$

إما $س - ٣ = ٠$ أو $س - ٢ = ٠$

ومنها $س = ٣$ ومنها $س = ٢$

$\therefore$ م ح $= \{٢، ٣\}$

---

(٢) $س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$

الحل

(١) $س^{٢} - ٩ = ٠$

الحل

$(س + ٣)(س - ٣) = ٠$

إما $س + ٣ = ٠$ أو $س - ٣ = ٠$

$\therefore س = -٣$ $س = ٣$

$\therefore$ م ح $= \{\pm ٣\}$

---

(٢) $س^{٢} + ٢٥ = ٠$

الحل

نلاحظ أنه مجموع مربعين فلا يمكن تحليل

لذلك م ح $= \phi$

عارف ليه

$س^{٢} = -٢٥$ $س = \sqrt{-٢٥}$ مرفوض

$\therefore$ م ح $= \phi$

---

(٣) $س^{٣} - ٢٧ = ٠$

الحل

$س^{٣} = ٢٧$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

$\therefore س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

$\therefore$ م ح $= ٣$

(١) $س^{٢} + ٢٥ = ١٠س$

الحل

$س^{٢} + ٢٥ - ١٠س = ٠$

$س^{٢} - ١٠س + ٢٥ = ٠$

$(س - ٥)^{٢} = ٠$

$\therefore س - ٥ = ٠$

$\therefore س = ٥$

$م.ح = \{٥\}$

---

(٢) $س^{٢} - ٦س = ٠$

الحل

$س(س - ٦) = ٠$

إما $س = ٠$ أو $س - ٦ = ٠$

ومنها $س = ٦$

$\therefore م.ح = \{٠، ٦\}$

---

(٣) $س^{٢} + ٧س = ٠$

الحل

$س(س + ٧) = ٠$

إما $س = ٠$ أو $س + ٧ = ٠$

ومنها $س = -٧$

$\therefore م.ح = \{٠، -٧\}$

---

(٤) $س^{٤} - ٥س^{٢} + ٤ = ٠$

الحل

$(س^{٢} - ١)(س^{٢} - ٤) = ٠$

$س^{٢} - ١ = ٠$ $س^{٢} - ٤ = ٠$

$س^{٢} = ١$ $س^{٢} = ٤$

$س = \pm ١$ $س = \pm ٢$

$\therefore م.ح = \{\pm ١، \pm ٢\}$

---

(٥) $س + \frac{٦}{س} = ٥$ $س \neq ٠$

الحل

بالضرب × $س$

$س^{٢} + ٦ = ٥س$

$س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$

$(س - ٣)(س - ٢) = ٠$

$س - ٣ = ٠$ $س - ٢ = ٠$

$س = ٣$ $س = ٢$

$\therefore م.ح = \{٢، ٣\}$

منذ ← العدد الآن ← بعد
س-١ س س+

---

(٦) إذا كان عمر أدهم الآن س سنة
فإن عمره منذ ٣ سنوات س-٣
وعمره بعد ٥ سنوات س+٥

---

(٧) إذا كان عمر منه الآن ص سنة
فإن عمرها منذ سنة ---
وعمرها بعد سنة ---

---

(٨) إذا كان عمر ندى بعد ٣ سنوات س
س-٣
فإن عمرها الآن ---
س-٣-٢
وعمرها منذ سنتان ---
س-٥

---

(٩) إذا كان مجموع عمر أدهم ووالدته الآن
٥٠ سنة فإن مجموع عمريهما
بعد ١٠ سنوات يصبح ---
٥٠+٢٠
ac ← ٧٠

---

(١٠) إذا كان مجموع عمر ندى وهنه الآن
١٢ سنة فإن مجموع عمريهما
بعد ٤ سنوات يصبح ---

العدد س
ضعفه ٢س نصفه $\frac{1}{2}$س
مربعه س٢
ثلاثة امثاله ٣س
مقلوبه الجمعى -س
مقلوبه الضربى $\frac{1}{س}$

مثال (١)

عددان صحيحان موجبان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٣ وحاصل ضربهما ١٨ أوجد العددين

الحل

نفرض أن العددان هما س ، س+٣

$\therefore$ س(س+٣) = ١٨

$س^2 + ٣س = ١٨$

$س^2 + ٣س - ١٨ = ٠$

$(س + ٦)(س - ٣) = ٠$

$س + ٦ = ٠$ ، $س - ٣ = ٠$

$س = -٦$ ، $س = ٣$

مرفوض $\therefore$ $\boxed{س = ٣}$

$\therefore$ العددان هما س ، س+٣

٣ ، ٦

مثال (٢)

(١) عدد حقيقى موجب إذا اضيف اليه مربعه كان الناتج ١٢ فما هو

الحل

نفرض أن العدد هو س مربعه $س^{٢}$

$س^{٢} + س = ١٢$

$س^{٢} + س - ١٢ = ٠$

$(س + ٤)(س - ٣) = ٠$

إما $س + ٤ = ٠$ أو $س - ٣ = ٠$

ومنها $س = -٤$ $س = ٣$

مرفوض

∴ العدد هو ٣

(٢) ما العدد الحقيقى الموجب الذى يزيد على مقلوبه الضربى بمقدار $\frac{٥}{٦}$ ؟

الحل

العدد هو س مقلوبه الضربى $\frac{١}{س}$

(العدد − مقلوبه الضربى) $= \frac{٥}{٦}$

$س - \frac{١}{س} = \frac{٥}{٦}$

$س - \frac{١}{س} - \frac{٥}{٦} = ٠$ × ٦س

$٦س^{٢} - ٦ - ٥س = ٠$

$٦س^{٢} - ٥س - ٦ = ٠$

$(س - \frac{٩}{٦})(س + \frac{٤}{٦}) = ٠$

$(س - \frac{٣}{٢})(س + \frac{٢}{٣}) = ٠$

$س = \frac{٣}{٢}$ $س = -\frac{٢}{٣}$ مرفوض

∴ العدد هو $\frac{٣}{٢}$

(٣) مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار ٤ ومساحته ٤٥ سم^{٢} أوجد محيطه

الحل

بفرض العرض س ، الطول س + ٤

$س(س + ٤) = ٤٥$

$س^{٢} + ٤س - ٤٥ = ٠$

$(س + ٩)(س - ٥) = ٠$

$س + ٩ = ٠$ $س - ٥ = ٠$

$س = -٩$ $س = ٥$

مرفوض لانه طول

∴ الطول ٩ سم والعرض هو ٥ سم

محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض)

$= ٢ × (٥ + ٩) = ٢٨$ سم

٤) إذا كانت قياسات زوايا مثلث هى
$(س^{٢}+٦١)^{\circ}$ ، $(١١٠-١١س)^{\circ}$ ، $(٩٠-٧س)^{\circ}$
فأوجد قيمة س ثم أوجد قياسات الزوايا

الحل

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

$س^{٢}+٦١+١١٠-١١س+٩٠-٧س=١٨٠$

$س^{٢}-١٨س+٦١+٢٠-١٨٠=٠$

$س^{٢}-١٨س+٨١=٠$

$(س-٩)^{٢}=٠$

∴ $\boxed{س=٩}$

قياسة زوايا المثلث = $٨١+٦١=١٤٢$

$١١٠-١١\times٩=١١$

$٩٠-٧\times٩=٢٧$

١٨٠

الواجب

أوجد مجموعة الحل فى ح

١) $س^{٢}-٨س+١٥=٠$

٢) $س^{٢}-س-١٢=٠$

٣) $س^{٢}=٤س$

٤) $س^{٢}-٩=٠$

٥) $س^{٢}+١٦=٠$

٦) $(س-١)(س-٥)=٠$

٧) $س^{٢}=٥$

٨) $س^{٢}-١٠٠=٠$

٩) $س^{٣}-٦٤=٠$

١٠) $س^{٢}-س-٦=٠$

١١) $س^{٢}-٧س-٣٠=٠$

١٢) ما العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ١٢ ؟

١٣) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ومساحته ٢١ سم^{٢}
أوجد محيطه

١٤) ما العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ ؟

الوحدة الثانية

الدرس الأول : القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

تذكرانه

١) $(\frac{٢}{٣})^{٢} = \frac{٢ \times ٢}{٣ \times ٣} = \frac{٤}{٩}$

٢) $(\frac{-٣}{٥})^{٢} = \frac{-٣ \times -٣}{٥ \times ٥} = \frac{٩}{٢٥}$

٣) $(\frac{-٣}{٥})^{٣} = \frac{-٣ \times -٣ \times -٣}{٥ \times ٥ \times ٥} = \frac{-٢٧}{١٢٥}$

٤) $(-أ)^{ن}$ لاحظ أنه
- $أ^{ن}$ إذا كان الأس زوجى
- $-أ^{ن}$ إذا كان الأس فردى

٥) الأس الزوجى يعطى دائما الناتج موجب

٦) $(-٥)^{٤} = (-٥) \times (-٥) \times (-٥) \times (-٥) = ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ = ٦٢٥$

٧) $(-٥)^{٥} = -٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ \times ٥ = -٣١٢٥$

تذكرانه

١) $(\frac{٥}{٣})^{-٢} = (\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

٢) $(\frac{٤}{٧})^{-١} = (\frac{٧}{٤})^{١} = \frac{٧}{٤}$

٣) $(\frac{٢}{٣})^{-٤} = (\frac{٣}{٢})^{٤} = \frac{٨١}{١٦}$

٤) $\frac{١}{٥^{-٢}} = \frac{٥^{٢}}{١} = ٥^{٢}$

٥) $٣^{-٢} = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$

٦) لاحظ أن العددين $أ^{ن}$ ، $-أ^{ن}$ كل منهما معكوس ضربى للآخر .

٧) فمثلاً $أ^{٥}$ معكوسه الضربى $أ^{-٥}$

٨) $(\frac{١}{٢})^{-٢} = (\frac{٢}{١})^{٢} = ٤$

٩) $(\frac{١}{٢٧})^{-٦} = \frac{(٢٧)^{٦}}{١} = ٢^{٣} = ٨$

قاعدة هامة جداً [1]

إذا تساوت أساسات تساوت الأسس

مثال (١) أوجد قيمة س

(١) $٢^{س} = ٨$

الحل

$٢^{س} = ٢^{٣}$ ∴ س = ٣

---

(٢) $٥^{س} = ١٢٥$

الحل

$٥^{س} = ٥^{٣}$ ∴ س = ٣

---

(٣) $٧^{س-٣} = ٤٩$

الحل

$٧^{س-٣} = ٧^{٢}$

∴ س − ٣ = ٢

س = ٢ + ٣ ∴ س = ٥

---

(٤) $٣^{س-١} = ٩$

الحل

جدول الأسس

$٢^{٢} = ٤$	$٢^{٣} = ٨$	$٢^{٤} = ١٦$	$٢^{٥} = ٣٢$	$٢^{٦} = ٦٤$
$٣^{٢} = ٩$	$٣^{٣} = ٢٧$	$٣^{٤} = ٨١$	$٣^{٥} = ٢٤٣$	
$٤^{٢} = ١٦$	$٤^{٣} = ٦٤$	$٤^{٤} = ٢٥٦$		
$٥^{٢} = ٢٥$	$٥^{٣} = ١٢٥$	$٥^{٤} = ٦٢٥$		
$٧^{٢} = ٤٩$	$٧^{٣} = ٣٤٣$			
$٨^{٢} = ٦٤$	$٨^{٣} = ٥١٢$			
$٩^{٢} = ٨١$	$٩^{٣} = ٧٢٩$			
$١٠^{٢} = ١٠٠$	$١٠^{٣} = ١٠٠٠$			

---

(٥) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٨١}{١٦}$

الحل

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٤}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٤}$ ∴ س = −٤

---

(٦) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

الحل

$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \left(\frac{٥}{٣}\right)^{٣}$

$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{-٣}$ ∴ س = −٣

(٧) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \frac{١}{٤}$؟

الحل

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \frac{٩}{٤}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س-٤} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢}$

$س-٤ = -٢$ $\quad$ $س = -٢+٤$

$\therefore س = ٢$

---

(٨) $٣^{س-٢} = \frac{١}{٩}$

الحل

$٣^{س-٢} = \left(\frac{١}{٣}\right)^{٢}$

$٣^{س-٢} = ٣^{-٢}$

$\therefore س-٢ = -٢$ $\quad\therefore س = -٢+٢$

$\therefore س = ٠$

---

(٩) إذا كان $٣^{س} \times ٣^{-س} = ٠,١$

فإن $س =$ ---

الحل

$٣^{س} + \frac{١}{٣^{س}} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{س} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{١}$

$\therefore س = ١$

لأن $٠,١ = \frac{٣}{٢}$

قاعدة هامة (٢)

إذا تساوى أساسا قوتين متساويتين فى الأساسات

بس بشروط

أولاً الأس فردى ∴ الأساسات متساوية

$س^{٣} = ٥^{٣}$ $\quad\therefore س = ٥$

$س^{٥} = ٢^{٥}$ $\quad\therefore س = ٢$

ثانياً الأس زوجى بشرط $\pm$

$س^{٢} = ٤$

$س^{٢} = ٢^{٢}$ $\quad\therefore س = \pm ٢$

$س^{٤} = ٨١$

$س^{٤} = ٣^{٤}$ $\quad س = \pm ٣$

ثالثاً الأساسات يستحيل تكون متساوية

لو أخذا أعداد مختلفة

$س^{س} = ٧^{س}$ بفرض الأس = صفر

$\therefore س = ٠$

$٣^{س-١} = ٤^{س-١}$

$\therefore س-١ = ٠$

$\therefore س = ١$

ملحوظة

م صفر = ١ حيث م ∈ ح - {٠}

أى عدد أس صفر = ١

---

(١) $٣^{س} = ١$

∴ س = ٠

---

(٢) $٥^{س-٢} = ١$

∴ س - ٢ = ٠

∴ س = ٢

أكمل

(٣) إذا كان $(\frac{٤}{٣})^{س} = \frac{٩}{٤}$ فإن س = ...

الحل

$(\frac{٤}{٣})^{س} = (\frac{٣}{٤})^{٢} = (\frac{٤}{٣})^{-٢}$

∴ س = -٢

---

(٤) إذا كان $٣^{س-٥} = ٧^{س-٥}$ فإن س = ...

الحل

س - ٥ = ٠ ∴ س = ٥

الواجب

أوجد قيمة س

(١) $٣^{٢س-١} = ٢٧$

(٢) $٣^{س-١} = ٨١$

(٣) $(\frac{٢}{٣})^{س-٤} = ٢\frac{١}{٤}$

(٤) $(\frac{٢}{٥})^{س-١} = (\frac{٨}{١٢٥})$

(٥) $٧^{س-٣} = ١$

(٦) $س^{٣} = ١٢٥$

(٧) $س^{٤} = ١٦$

أكمل

(٨) $٣^{-١} = ---$

(٩) $(\frac{٥}{٢})^{-٣} = ---$

(١٠) $\frac{١}{٢^{-٣}} = ---$

(١١) $(\frac{١}{٥})^{-١} = ---$

الدرس الثانى : قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الوحدة الثانية

(١) $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$

فى حالة الضرب نجمع أسس الحدود المتشابهة

$٣^{٢} \times ٣^{٣} = ٣^{٥}$

$٣^{س} \times ٣^{ص+١} = ٣^{س+ص+١}$

(٢) $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$

فى حالة القسمة نطرح أسس الحدود المتشابهة

$٣^{٥} \div ٣^{٢} = ٣^{٥-٢} = ٣^{٣}$

$٣^{س} \div ٣ = ٣^{س-١}$

(٣) $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$

يوزع الأس على الضرب

$(٢س \times ٣ص)^{٥} = ٢^{٥} س^{٥} \times ٣^{٥} ص^{٥}$

$٢^{س} \times ٣^{س} = (٢ \times ٣)^{س} = ٦^{س}$

(٤) $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{س} = \frac{أ^{س}}{ب^{س}}$

يوزع الأس على القسمة

$\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} = \frac{٢^{٣}}{٣^{٣}}$

$\frac{١٠^{س}}{٥^{س}} = \left(\frac{١٠}{٥}\right)^{س} = ٢^{س}$

(٥) $(أ^{م})^{ن} = أ^{م \times ن}$

الأس الموضوع الأس نضرب الأسس.

$(٥^{٢})^{٣} = ٥^{٢ \times ٣} = ٥^{٦}$

النوع الأول من المسائل

(٦) ضعف العدد $٢^{١٠}$ هو ---

$٢^{١٠} \times ٢ = ٢^{١١}$

(٧) حادية امثال العدد $٣^{٦}$ هو ---

$٣^{٦} \times ٣ = ٣^{٧}$

(٨) خمسة امثال العدد $٥^{٢٠}$ هو ---

$٥ \times ٥^{٢٠} = ٥^{٢١}$

(٩) نصف العدد $٢^{١٠}$ هو ---

$\frac{٢^{١٠}}{٢} = ٢^{٩}$

(١٠) ثلث العدد $٣^{٩}$ هو ---

$\frac{٣^{٩}}{٣} = ٣^{٨}$

(١١) ربع العدد $٢^{١٠}$ هو ---

$\frac{٢^{١٠}}{٤} = \frac{٢^{١٠}}{٢^{٢}} = ٢^{٨}$

النوع الثانى مسائل

(١) إذا كان $٢^{س} = ٣$ فإن $٤^{س} =$ ---

النتائج ٩

لأن ٤ تربيع ٢ يبقى ٩ تربيع ٣

(٢) $٥^{س} = ٧$ فإن $٢٥^{س} =$ ---

٤٩ ضربنا ٧

(٣) $٢^{س} = ٥$ فإن $٨^{س} = ١٢٥$

هنكعب ٥

(٤) إذا كان $٢^{س} = ٥$ فإن $٢^{س+١} =$ ---

لأن الأس المجهول جاية مع ضرب

$٢^{س+١} = ٢^{س} \times ٢^{١} = ٥ \times ٢ = ١٠$

(٥) إذا كان $٣^{س} = ٢$ فإن $٣^{س+٢} =$ ---

$٣^{س+٢} = ٣^{س} \times ٣^{٢} = ٢ \times ٩ = ١٨$

(٦) إذا كان $٥^{س} = ١٠$ فإن $٥^{س-١} =$ ---

$٥^{س-١} = ٥^{س} \div ٥^{١} = ١٠ \div ٥ = ٢$

(٧) إذا كان $٣^{س} = ٢$ ، $٢^{س} = ٥$

فإن $٦^{س} =$ ---

$٦^{س} = (٢ \times ٣)^{س} = ٢^{س} \times ٣^{س}$

$= ٥ \times ٢ = ١٠$

لاحظ $٣^{ن} + ٣^{ن} + ٣^{ن} =$ ---

الحل

$٣^{ن} + ٣^{ن} + ٣^{ن} = ٣^{ن}[١+١+١]$

$= ٣^{ن} \times ٣ = ٣^{ن+١}$

$٤^{٥} + ٤^{٥} + ٤^{٥} + ٤^{٥} = ٤^{٥}(١+١+١+١)$

$٤^{٥} \times ٤ = ٤^{٦}$ وهكذا

النوع الثالث مسائل

اختصر

(١) $\frac{٣^{٥} \times ٣^{٤}}{٣^{٧}}$

الحل

الأس اللى فوق بنفس الإشارة واللى تحت بعكس الإشارة

$٣^{٥+٤-٧} = ٣^{٧-٧} = ٣^{٠} = ٩$

٢) $\frac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{٨}}{(\sqrt{٣})^{٦}}$

الحل

$= (\sqrt{٣})^{٧+٨-٦} = (\sqrt{٣})^{٩}$

$= (\sqrt{٣})^{٨} \times \sqrt{٣}$

$= ٣^{٤} \times \sqrt{٣}$

$= ٨١\sqrt{٣}$

---

٣) $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{-١}}$

الحل

$= (\sqrt{٣})^{-٥+٤+١} = (\sqrt{٣})^{٠} = ١$

---

٤) $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{س-٢}}{٦^{٢س+٢}}$

ثم احسب الناتج عندما س = ١

الحل

$\frac{(٢)^{س+١} \times (٣^{٢})^{س-٢}}{(٢ \times ٣)^{٢س+٢}}$

$= \frac{٢^{٢س+٢} \times ٣^{٢س-٤}}{٢^{٢س+٢} \times ٣^{٢س+٢}}$

---

٥) إذا كان $ن = \frac{٤^{س+١} \times ٢٥}{١٠^{٢س}}$ فاوجد قيمة ن

الحل

$\frac{(٢^{٢})^{س+١} \times (٥^{٢})}{(٢ \times ٥)^{٢س}} = \frac{٢^{٢س+٢} \times ٥^{٢}}{٢^{٢س} \times ٥^{٢س}}$

$= \frac{٥^{٢}}{٥^{٢س}}$

$= ٥^{٢} = ٥^{ن}$

$\therefore ن = ٢$

---

٦) إذا كان $س = ٦^{٥} - ٦^{٧}$

$ص = ٦^{٥} + ٦^{٧}$

فاوجد قيمة $س^{١٠} ص^{١٠}$

الحل

$س^{١٠} ص^{١٠} = (س ص)^{١٠} = (٦^{٥} - ٦^{٧})^{١٠}$

$= (١)^{١٠} = ١$

تم تحويل هذه المذكرة بواسطة الماسح الضوئي CamScanner

الواجب

أكمل

(١) خمسة العدد $٢^{٥}$ هو ---

(٢) نصف العدد $٢^{١٠}$ هو ---

(٣) ربع العدد $٢^{٤٠}$ هو ---

(٤) ربع العدد $٢^{٨}$ هو ---

(٥) $٢^{٣} + ٢^{٣} = ٢^{\cdots}$

(٦) $٣^{٥} + ٣^{٥} + ٣^{٥} = ٣^{\cdots}$

(٧) إذا كان $٢^{س} = ٥$ فإن $٤^{س} =$ ---

(٨) إذا كان $٣^{س} = ٢$ فإن $٩^{س} =$ ---

(٩) إذا كان $٣^{س} = ٦$ فإن $٣^{س-١} =$ ---

(١٠) إذا كان $٥^{س} = ١٠$ فإن $٥^{س-١} =$ ---

(١١) إذا كان $٢^{س} = ٥$ فإن $٢^{س+١} =$ ---

(١٢) إذا كان $٢^{س} = ٥$ ، $٢^{ص} = ٦$
فإن $٢^{س+ص} =$ ---

(١٣) $(\overline{٣٧})^{٥} \times (\overline{٣٧})^{-٥} =$ ---

(١٤) إذا كان $٣^{س+١} = ٦$ فإن س = ---

اختر الإجابة الصحيحة

(١٥) $\dfrac{٩^{س} \times ٢٥^{س}}{(١٥)^{٢س}}$

(١٦) $\dfrac{(\overline{٣٧})^{-٢} \times (\overline{٣٧})^{٧}}{(\overline{٣٧})^{٣}}$

(١٧) $\dfrac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ ثم أوجد القيمة العددية عندما س = ١

الدرس الثالث : العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة

الوحدة الثانية

أمثلة

① إذا كان $أ = ٢^{٣}$ ، $ب = ٢^{٤}$

فأوجد قيمة $\frac{ب - أ^{٢}}{ب + أ^{٢}}$

الحل

صحل البسط فرق بين مربعين

$$\frac{(ب - أ^{٢})(ب + أ^{٢})}{(ب + أ^{٢})}$$

$$= ب - أ^{٢} = (٢^{٤}) - (٢^{٣})^{٢}$$

$$= ٢^{٤} - ٢^{٦} = ١٦ - ٦٤ = -٤٨$$

---

② إذا كان $س = ٣$ ، $ص = ٢^{٣}$

فأوجد فى أبسط صورة

① $س^{٢} ص^{٢}$ ② $(\frac{س}{ص})^{-٣}$

الحل

$$س^{٢} ص^{٢} = (٣)^{٢} \times (٢^{٣})^{٢}$$

$$= ٩ \times ٢ = ١٨$$

$$(\frac{س}{ص})^{-٣} = (\frac{ص}{س})^{٣} = (\frac{٢^{٣}}{٣})^{٣}$$

$$= \frac{٢^{٣} \times ٢^{٣} \times ٢^{٣}}{٣ \times ٣ \times ٣} = \frac{٢^{٩}}{٢٧}$$

---

③ إذا كان $أ = ٢^{٣}$ ، $ب = ٢^{٥}$

فأوجد قيمة $\frac{أ^{٤}}{ب^{٢}}$

الحل

$$\frac{(٢^{٣})^{٤}}{(٢^{٥})^{٢}} = \frac{٢^{١٢}}{٢^{١٠}} = ٢^{٢} = ٤$$

---

④ إذا كان $أ = ٢^{٣}$ ، $ب = ٢^{٤}$

فأوجد قيمة $أ^{٢} ب$

الحل

$$أ^{٢} ب = (٢^{٣})^{٢} \times (٢^{٤})$$

$$= ٢^{٦} \times ٢^{٤} = ٢^{١٠} = ١٠٢٤$$

---

⑤ إذا كان $س + \frac{١}{س} = ٣$

فأوجد $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ---$

الحل

بتربيع الطرفين فى الرأس $(س + \frac{١}{س})^{٢} = (٣)^{٢}$

$$س^{٢} + ٢ + \frac{١}{س^{٢}} = ٩$$

$$س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ٩ - ٢$$

$$\therefore س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ٧$$

الواجب

أكمل

(١) إذا كان $س = ٣^{-٢}$ ، $ص = ٢^{-٣}$

فإن $س^{-٤} ص^{-٢} =$ ----

(٢) $\left(\frac{٣^{-٢}}{٢^{-٢}}\right)^{-٢} =$ ----

(٣) $٢^{-٣} \times (٢^{-٣})^{٣} =$ ---

(٤) إذا كان $أ = ٣^{-٣}$ ، $ب = ٥^{-٢}$ فإن

* $أ^{-٢} ب^{٤} =$ ---

* $\frac{ب^{٢}}{أ^{٤}} =$ ----

(٥) $(٣^{-٢} - ٢^{-٣})^{٥} \times (٣^{-٢} + ٢^{-٣})^{٥} =$ ---

---

اخرج

(١) $\frac{(٢^{-٣})^{٩} \times (٣^{-٤})^{-٤}}{٣^{-٢} \times (٢^{-٣})^{٥}}$

(٢) $\frac{(٢^{-٣})^{٣} \times (٢^{-٣})^{-٧}}{(٢^{-٣})^{-٤}}$

(٢) اوجد قيمة $ن$ إذا كان

$$٤ = \frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{١٨^{ن}}$$

حكمه طالب

عزيزتي وزاره التربيه والتعليم

إذا كان مدرس واحد لا يستطيع أن يدرس لنا جميع المواد !!

فكيف لطالب واحد أن يتعلم جميع المواد !! :\

الوحدة الثانية

الدرس الثانى
الاحتمال

١) التجربة العشوائية :
هى تجربة نستطيع تحديد جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وجود التأكد هو الذى يتحقق فعلياً.

٢) فضاء العينة "ف"
هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.

٣) الحدث
هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

٤) احتمال وقوع الحدث A
$$ل(A) = \frac{ن(A)}{ن(ف)} = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$

ملاحظات هامة

١) احتمال الحدث المؤكد = ١

٢) احتمال الحدث المستحيل = ٠

٣) احتمال الحدث الممكن أكبر من صفر وأصغر من ١

٤) فى العملة المتزنة احتمال ظهور صورة = $\frac{١}{٢}$ أو ٠,٥ أو ٥٠٪

٥) احتمال ظهور كتابة $\frac{١}{٢}$ أو ٠,٥ أو ٥٠٪

٦) احتمال انجاب ولد = $\frac{١}{٢}$ أو ٥٠٪
انجاب بنت = $\frac{١}{٢}$ أو ٥٠٪

٧) مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = ١

٨) إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٣ فإن احتمال رسوبه ٠,٧

٩) إذا كان احتمال نجاح طالب ٨٠٪ فإن احتمال رسوبه ٢٠٪

١٠) إذا كان احتمال نجاح طالب $\frac{٥}{٧}$ فإن احتمال رسوبه $\frac{٢}{٧}$

فى مجرنرد
الاعداد الزوجيه {٢، ٤، ٦}
الاعداد الفرديه {١، ٣، ٥}
الاعداد الأوليه {٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣}
الاعداد الأوليه تقبل القسمه على نفسها والواحد فقط

مثال (١) عند القاء مجرنرد منتظم مرة واحدة ولاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى احسب احتمال أن يكون

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

أ) زوجى

أ = {٢، ٤، ٦}

ل(أ) = ٣/٦ = ١/٢

ب) فردى

ب = {١، ٣، ٥}

ل(ب) = ٣/٦ = ١/٢

جـ) أولى

جـ = {٢، ٣، ٥}

ل(جـ) = ٣/٦ = ١/٢

د) أولى فردى

د = {٣، ٥}

ل(د) = ٢/٦ = ١/٣

هـ) عدد اكبر من ٣

هـ = {٤، ٥، ٦}

ل(هـ) = ٣/٦ = ١/٢

و) عدد اكبر من ٦

و = ∅

ل(و) = ٠

حدث مستحيل

ز) عدد اكبر من أو يساوى ١

ز = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} = ف

ل(ز) = ٦/٦ = ١

حدث مؤكد .

مثال (٢) صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء و ٧ بيضاء و ٥ سوداء سحبت واحدة عشوائياً احسب احتمال ان تكون

٣ حمراء
٧ بيضاء
٥ سوداء
١٥

أ) حمراء = ٣/١٥ = ١/٥

ب) سوداء = ٥/١٥ = ١/٣

جـ) زرقاء = صفر حدث مستحيل

د) حمراء أو بيضاء = (٣+٧)/١٥ = ١٠/١٥ = ٢/٣

هـ) ليست سوداء = (٣+٧)/١٥ = ١٠/١٥ = ٢/٣

و) ليست بيضاء = (٣+٥)/١٥ = ٨/١٥

مثال (٣) صندوق يحتوى على بطاقات مرقمة من ١ الى ١٠ سحبت واحدة عشوائياً احسب احتمال أن تكون

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}

أ) زوجى أ = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠}

ل(أ) = ٥/١٠ = ٥٠٪

ب) فردى ب = {١، ٣، ٥، ٧، ٩}

ل(ب) = ٥/١٠ = ٥٠٪

جـ) أولى جـ = {١، ٢، ٣، ٥، ٧}

ل(جـ) = ٤/١٠ = ٤٠٪

د) أولى فردى د = {٣، ٥، ٧}

ل(د) = ٣/١٠ = ٣٠٪

س) أولى زوجى س = {٢}

ل(س) = ١/١٠ = ١٠٪

هـ) أكبر من ١٠ = ٠ حدث مستحيل

ص) عدد من رقم كامل له جذر تربيعى

ص = {١، ٤، ٩}

ل(ص) = ٣/١٠ = ٣٠٪

مثال (٤) مدرسة اعدادية بها ٥٠٠ تلميذ وتلميذة فاذا كان عدد البنين = ٣٠٠ ولد

فاوجد احتمال أن يتم اختيار بنت عشوائياً

العدد الكلى = ٥٠٠

عدد البنين = ٣٠٠ ولد

عدد البنات = ٥٠٠ - ٣٠٠ = ٢٠٠ بنت

احتمال (بنت) = ٢٠٠/٥٠٠ = ٢/٥ أو ٤٠٪

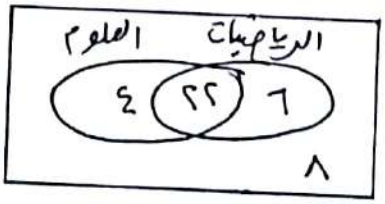
مثال (٥) فصل مدرس به ٤٠ تلميذاً

نجح فى الرياضيات ٢٨ تلميذ

ونجح فى العلوم ٢٦ تلميذ

ونجح فى الرياضيات والعلوم معاً ٢٢ تلميذ

فاذا اختير تلميذ عشوائياً احسب احتمال



(١) ناجح فى الرياضيات = ٢٨/٤٠ = ٧/١٠

= ٧٠٪

(٢) راسب فى العلوم = ٦+٨/٤٠ = ١٤/٤٠

= ٧/٢٠ = ٣٥٪

(٣) ناجحاً فى العلوم = ٢٦/٤٠ = ٦٥٪

٤) راسب فى الرياضيات والعلوم = ٨/٤٠ = ١/٥

= ٢٠٪

مثال (٦) سحبت بطاقة عشوائيا من مجموعة بطاقات كتب عليها حرف من حروف كلمة "تفاح" ما احتمال أن يكون:

(١) ت = $\frac{١}{٤}$

(٢) ف = $\frac{١}{٤}$

(٣) ح = صفر حدث مستحيل

ب) عدد فردى

ج) عدد أولى

د) عدد يقبل القسمة على ٣

هـ) عدد فردى أقل من ٤

الواجب

(١) صندوق يحتوى على ٤ كرات خضراء و ٦ حمراء و ٥ سوداء سحبت كرة عشوائياً احسب احتمال أن تكون

أ) حمراء

ب) سوداء

ج) خضراء

د) حمراء أو خضراء

هـ) ليست سوداء

(٢) القى حجر نرد منتظم مرة واحدة احسب احتمال أن يظهر على الوجه العلوى

أ) عدد زوجى

٣ أكمل

(١) احتمال الحدث المؤكد = ---

(٢) احتمال الحدث المستحيل = ---

(٣) اذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٦ فإن احتمال رسوبه = ---

(٤) احتمال ظهور صورة = ---

(٥) احتمال ظهور كتابة = ---

(٦) أى مما يلى يمكن أن يكون احتمال لتجربة عشوائية

$(\frac{٣}{٢}$ ، -٠,٥ ، $\frac{٤}{٩}$ ، ٢)

(٧) أى مما يلى يمكن أن يكون احتمال حدث معين

(١,٥ ، $\frac{٩}{٤}$ ، -٠,٣ ، ٠,٥)

(٨) فصل دراسى به ٢١ ولداً و ١٥ بنتاً فإذا اختير أحد الطلاب عشوائياً فما احتمال أن يكون بنتاً ---

(٩) إذا كان احتمال غياب ٢٠٪ وكان عدد التلاميذ في مدرسة ٦٠٠ فإن عدد الطلاب الحاضرين في هذا اليوم = ---

= $\frac{٨٠}{١٠٠} \times ٦٠٠$ = ٤٨٠ تلميذ