كن مجد
https://enmujed.com

ورقة مفاهيم هندسة تحليلية أولى ثانوي

(١) الكميات القياسية والكميات المتجهة والقطعة المستقيمة المتجهة

الكمية القياسية: تتحدد تماما بمعرفة مقدارها فقط مثل:الطول و المساحة والكتلة و المسافة

الكمية المتجهة : تتحدد تماما بمعرفة مقدارها واتجاهها مثل:السرعة و القوة و الازاحة

الازاحة : هى كمية متجهة و هى أقصر مسافة من نقطة البداية لنقطة النهاية فى اتجاه معين

الشعاعان المتحدان في الإتجاه أو المتضادان في الإتجاه يحملهما مستقيم واحد أو مستقيمان متوازيان
الشعاعان المختلفان في الإتجاه لا يمكن أن يحملهما مستقيم واحد أو مستقيمان متوازيان

القطعة المستقيمة الموجهة : هى قطعة مستقيمة لها بداية و نقطة نهاية و اتجاه

تكافؤ قطعتان مستقيمتان موجهتان : إذا كان لهما نفس المعيار(الطول) و نفس الاتجاه
(يحملهما مستقيم واحد أو مستقيمان متوازيان)

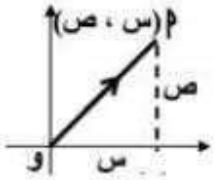
(٢) المتجهات

متجه الموضع لنقطة معلومة بالنسبة لنقطة الأصل :
هو القطعة المستقيمة الموجهة التى بدايتها نقطة الأصل و نهايتها النقطة المعلومة

القطعة المستقيمة الموجهة وأ تسمى متجه الموضع للنقطة أ

ونعبر عنه كزوج مرتب (س ، ص) ويكتب $\overrightarrow{أ} = س\overrightarrow{سـ} + ص\overrightarrow{صـ}$

حيث $\overrightarrow{سـ} = (١ ، ٠)$ ، $\overrightarrow{صـ} = (٠ ، ١)$ متجها الوحدة الأساسيان



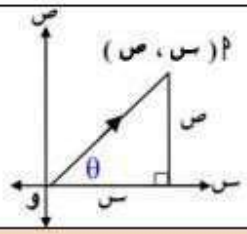
معيار المتجه : هو طول القطعة المستقيمة الممثلة للمتجه فإذا كان : $\overrightarrow{ر} = (س ، ص)$ فإن : $\|\overrightarrow{ر}\| = \sqrt{س^٢ + ص^٢}$

متجه الوحدة : أي متجه معياره = ١ يسمى متجه وحدة

الصورة القطبية لمتجه الموضع :

إذا كان : $\overrightarrow{و أ}$ يصنع زاوية قياسها θ مع الإتجاه الموجب لمحور السينات ، و معياره = $\|\overrightarrow{و أ}\|$

فإنه : يمكن التعبير عنه كما يلى : $\overrightarrow{و أ} = (\|\overrightarrow{و أ}\| ، \theta)$ و تعرف بالصورة القطبية



التحويل من الصورة الاحداثية للصورة القطبية والعكس

من الاحداثية للقطبية	$\overrightarrow{أ} = (س ، ص) \Leftarrow \|\overrightarrow{أ}\| = \sqrt{س^٢ + ص^٢}$ ، ظا $\theta = \frac{ص}{س}$
من القطبية للاحداثية	$(\|\overrightarrow{أ}\| ، \theta) \Leftarrow س = \|\overrightarrow{أ}\|$ جتا θ ، $ص = \|\overrightarrow{أ}\|$ حا θ

جمع متجهين جبريا : إذا كان $\overrightarrow{مـ} = (س_١ ، ص_١)$ ، $\overrightarrow{نـ} = (س_٢ ، ص_٢)$ فإن :

$\overrightarrow{مـ} + \overrightarrow{نـ} = (س_١ + س_٢ ، ص_١ + ص_٢)$

تكافؤ متجهين : إذا كان $\overrightarrow{مـ}$ يكافئ $\overrightarrow{نـ}$ فإن : $س_١ = س_٢$ ، $ص_١ = ص_٢$

ضرب متجه بعدد حقيقي : إذا كان $\overrightarrow{مـ} = (س ، ص)$ ، ك عدد حقيقي

فإن : $ك\overrightarrow{مـ} = ك(س ، ص) = (ك س ، ك ص)$ حيث $\|ك\overrightarrow{مـ}\| = |ك| \|\overrightarrow{مـ}\|$

نلاحظ أن $ك\overrightarrow{مـ} // \overrightarrow{مـ}$ ويكون في نفس اتجاهه إذا كان $ك > ٠$ وفي عكس اتجاهه إذا كان $ك < ٠$

كُن مُجِد
https://enmujed.com

توازي متجهين وتعامدهما

إذا كان $\overleftarrow{مـ}$ = (س١ ، ص١) ، $\overleftarrow{ن}$ = (س٢ ، ص٢) فإن :$\overleftarrow{مـ}$ // $\overleftarrow{ن}$

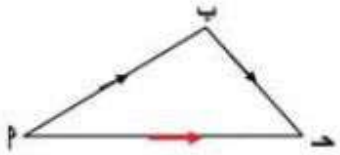
إذا كان م١ = م٢ (ميل الأول = ميل الثاني) أي($\frac{ص١}{س١} = \frac{ص٢}{س٢}$) ⇐ س١ ص٢ – س٢ ص١ = ٠

$\overleftarrow{مـ} \perp \overleftarrow{ن}$ إذا كان م١ × م٢ = - ١ أي ($\frac{ص١}{س١} \times \frac{ص٢}{س٢}$ = - ١) ⇐ س١ س٢ + ص١ ص٢ = ٠

(٣) العمليات على المتجهات

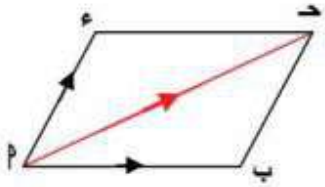
جمع المتجهات هندسيا

قاعدة المثلث لجمع متجهين متتاليين (قاعدة شال): $\overleftarrow{أب} + \overleftarrow{ب حـ} = \overleftarrow{أ حـ}$



ملاحظة : $\overleftarrow{أب} + \overleftarrow{ب حـ} + \overleftarrow{حـ أ} = \overleftarrow{أ أ} = \overleftarrow{٠}$

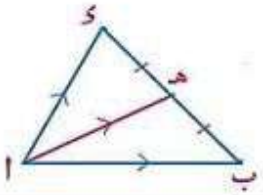
قاعدة متوازى الأضلاع لجمع متجهين لهما نفس نقطة البداية : حـ



لإيجاد $\overleftarrow{أ ب} + \overleftarrow{أ ء}$ نكمل متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

و نرسم قطره $\overline{أ حـ}$ فيكون $\overleftarrow{أ ب} + \overleftarrow{أ ء} = \overleftarrow{أ حـ}$

قاعدة المتوسط في المثلث لجمع متجهين لهما نفس نقطة البداية:



فى△ ا ب ى إذا كانت هـ منتصف $\overline{ب ى}$

فإن: $\overleftarrow{اب} + \overleftarrow{اى} = ٢ \overleftarrow{اهـ}$

طرح متجهين هندسيا : $\overleftarrow{أب} - \overleftarrow{أجـ} = \overleftarrow{جـ ب}$

التعبير عن القطعة المستقيمة الموجهة بدلالة متجهي الموضع لطرفيها :

إذا كان أ = (س١ ، ص١) ، ب = (س٢ ، ص٢) فإن :

$\overleftarrow{أب}$ = $\overleftarrow{ب}$ - $\overleftarrow{أ}$ = (س٢ - س١ ، ص٢ - ص١) = (النهاية – البداية)

(٤) تطبيقات على المتجهات

تطبيقات فيزيائية القوة المحصلة

تخضع القوى المؤثرة على جسم لعمليات جمع المتجهات و يعرف ناتج هذه العملية بمحصلة القوى $\overleftarrow{ق}$

حيث : $\overleftarrow{ق} = \overleftarrow{ق_١} + \overleftarrow{ق_٢} + \overleftarrow{ق_٣} + \cdots$

مقدار المحصلة = $\| \overleftarrow{ق} \| = \sqrt{س^٢ + ص^٢}$ إتجاه المحصلة : θ = طا$^{-١}$ ($\frac{ص}{س}$)

ملاحظة : إذا كانت : محصلة القوى = $\overleftarrow{٠}$ فإن : مجموعة القوى تكون متزنة

السرعة النسبية

السرعة النسبية لجسم (ب) بالنسبة لجسم آخر (م) و يرمز لها بالرمز $\overleftarrow{ع_{ب م}}$ هى السرعة التى يبدو الجسم (ب) متحركاً بها

إذا أعتبر أن الجسم (م) فى حالة سكون فإذا كان $\overleftarrow{ع_م}$ سرعة الجسم (م) الفعلية ، $\overleftarrow{ع_ب}$ سرعة الجسم (ب) الفعلية

فإن : $\overleftarrow{ع_{ب م}} = \overleftarrow{ع_ب} - \overleftarrow{ع_م}$

كُن مُجِد
https://enmujed.com

طرق إيجاد ميل المستقيم

ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين : $م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

إذا كانت معادلة الخط المستقيم هى : $ص = م\ س + حـ$ فإن ميل الخط المستقيم هو : $م$

إذا كانت معادلة الخط المستقيم هى : $أ\ س + ب\ ص + حـ = ٠$ فإن $م = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-أ}{ب}$

إذا كانت معادلة الخط المستقيم هى : $\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = ١$ فإن $م = \frac{-ب}{أ}$

ميل المستقيم الذى يصنع مع الإتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها هـ هو : $م = ظا\ هـ$

ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = صفر

ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات غير معرف

إذا كان المستقيمان متوازيان فإن ميلاهما متساويان

إذا كان المستقيمان متعامدان فإن حاصل ضرب ميلاهما = - ١

لأى ثلاث نقط $أ$ ، ب ، حـ إذا كان : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{حـ أ}$ فإن : النقط تكون على إستقامة واحدة

متجه الاتجاه

متجه إتجاه المستقيم :

كل متجه غير صفرى يمكن تمثيله بقطعة مستقيمة موجهة على خط مستقيم يسمى متجه إتجاه للخط المستقيم

فإذا كانت : النقط أ ، ب ، حـ $\in$ ل فإن : $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{ب حـ}$ ، $\overrightarrow{حـ أ}$ متجهات إتجاه للخط المستقيم ل

إذا كان : $\overrightarrow{ى} = (أ ، ب)$ متجه إتجاه للمستقيم فإن : $ك\ \overrightarrow{ى}$ حيث : $ك \in ح - \{٠\}$ متجه إتجاه لنفس المستقيم

ملاحظة : إذا كان : المتجه $\overrightarrow{ى} = (أ ، ب)$ متجه إتجاه لمستقيم فإن : ميل المستقيم $م = \frac{ب}{أ}$

متجه إتجاه العمودى للمستقيم : إذا كان : $\overrightarrow{ى} = (أ ، ب)$ متجه إتجاه مستقيم فإن : أياً من عائلة المتجهات التى على الصورة : $ن = (ب ، -أ)$ حيث : $ك \in ح - \{٠\}$ يكون متجه إتجاه العمودى على المتجه $\overrightarrow{ى}$

المعادلة المتجهة

معادلة المستقيم بمعلومية نقطة $ق_١ (س_١ ، ص_١)$ عليه و متجه الإتجاه له $\overrightarrow{ى} = (أ ، ب)$

أولاً الصيغة المتجهة : $\overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ق_١} + ك\ \overrightarrow{ى}$ $(س ، ص) = (س_١ ، ص_١) + ك\ (أ ، ب)$

ثانياً المعادلات الوسيطية (البارامترية) : $س = س_١ + ك\ أ$ ، $ص = ص_١ + ك\ ب$

ثالثاً المعادلة الكارتيزية (العامة): $(ص - ص_١) = م\ (س - س_١)$

كُن مُجِد
https://enmujed.com

ورقة مفاهيم — جبر أولى ثانوي

المصفوفات

إذا كان عدد صفوف مصفوفة = م ، عدد الأعمدة = ن فإن المصفوفة على النظم م × ن حيث م ، ن ∈ صـ⁺

إذا كانت : أ = $\begin{bmatrix} ٧ & ٣ & ٢ \\ ٦ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$ نظم أ هو ٢ × ٣ ، أ١١ = ٧ أ١٢ = ٣ ، أ١٣ = ٢ ، أ٢١ = ٦ ، أ٢٢ = ٠ ، أ٢٣ = ١

بعض المصفوفات الخاصة

مصفوفة صف : س = [١ ، ٠ ، ٥] على النظم ١ × ٣

مصفوفة عمود : س = $\begin{bmatrix} ٩ \\ ٠ \\ ٦ \end{bmatrix}$ على النظم ٣ × ١

مصفوفة صفرية : جميع عناصرها أصفار وممكن أن تكون مربعة أو غير مربعة ويرمز لها بالرمز ▭

[٠] مصفوفة صفرية على النظم ١ × ١ ، $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$ مصفوفة صفرية على النظم ٢ × ٣

مصفوفة مربعة : والتي يتساوى فيها عدد الصفوف بعدد الأعمدة س = $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ & ٦ \\ ١ & ٣ & ٤ \\ -١ & ٥ & ١ \end{bmatrix}$ مصفوفة مربعة على النظم ٣ × ٣

القطر الرئيسي هو القطر الذي تقع عليه العناصر التي فيها رقم الصف = رقم العمود

المصفوفة القطرية : هي مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسي يكون أحدها على الأقل لا يساوي صفر

$\begin{bmatrix} ٥ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٣ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$

مصفوفة الوحدة :

هي مصفوفة قطرية جميع عناصر قطرها الرئيسي = ١ ويرمز لها بالرمز I

$\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$

تساوي مصفوفتين

تتساوى مصفوفتان أ ، ب إذا كانت على نفس النظم وكان كل عنصر من أ = نظيره من ب

أي أن : أ ص ع = ب ص ع لكل ص ، ع

ضرب عدد حقيقي في مصفوفة

ضرب عدد حقيقي في مصفوفة :

يعني ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في العدد الحقيقي

$٣ \begin{bmatrix} ١ & ٧ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢١ \\ ٦ & ١٢ \end{bmatrix}$

ملاحظة : يمكن إخراج عامل مشترك خارج المصفوفة بقسمة جميع عناصر المصفوفة على هذا العدد

جمع المصفوفات وطرحها

شرط جمع وطرح مصفوفتين : أن يكونا على نفس النظم

إذا كانت س ، ص مصفوفتين على النظم م × ن فإن س + ص هي مصفوفة أيضا على النظم م × ن ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في س ، ص

ويكون الطرح س - ص = س + (- ص) على نفس النظم م × ن

المحايد الجمعي هو المصفوفة الصفرية ▭ س + ▭ = ▭ + س = س

النظير الجمعي لمصفوفة س هو - س وذلك بضرب جميع عناصر س بالعدد - ١

نلاحظ أن : س + (- س) = ▭

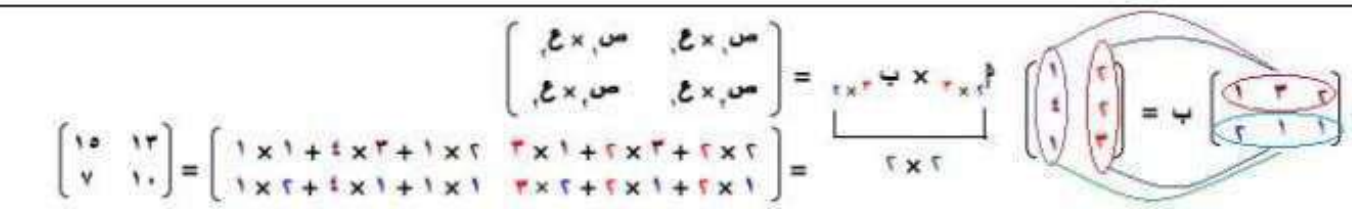
الإنغلاق والإبدال والتجميع متحققة في عملية الجمع

كُن مُجِد
https://enmujed.com

ضرب المصفوفات

شرط ضرب مصفوفتين :عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية

س × ص تكون معرفة إذا كان : س على النظم م × ن ، ص على النظم ن × ك فيكون س × ص على النظم م × ك



لأي مصفوفتين مربعتين على نفس النظم يكون حاصل ضربهما معرفا ويكون على نفس النظم

س^{٢}= س × س تكون معرفة فقط عندما س تكون مربعة (س غير مربعة يعني أن س^{٢} غير معرفة)

$I^{٢} = I$ ، $I^{٣} = I$ ، $I^{٤} = I$ وهكذا

خاصية المحايد الضربي :لأي مصفوفة س فإن : س × I = I × س = س

ضرب المصفوفات عملية ليست إبدالية أ ب ≠ ب أ

(س × ص)^{مـ} = ص^{مـ} × س^{مـ} بينما (س + ص)^{مـ} = س^{مـ} + ص^{مـ}

المحددات

أ = $\begin{pmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{pmatrix}$ فإن محدد المصفوفة أ من الرتبة الثانية | أ | = $\begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{vmatrix}$ = أ ء − جـ ب

حل نظام من المعادلات الخطية بطريقة كرامر

إذا كان لدينا نظام من المعادلات الخطية فى مجهولين كما يلى : أ س + ب ص = ر ، جـ س + ء ص = ر$_{٢}$ ، Δ = $\begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{vmatrix}$ محدد مصفوفة المعاملات

، Δ س = $\begin{vmatrix} ر & ب \\ ر_{٢} & ء \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المجهول س ، Δ ص = $\begin{vmatrix} أ & ر \\ جـ & ر_{٢} \end{vmatrix}$ و يسمى محدد المجهول ص

فإذا فرضنا أن : Δ ≠ ٠ فإن حل النظام هو : س = $\frac{\Delta_{س}}{\Delta}$ ، ص = $\frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$

، فإذا كانت قيمة محدد مصفوفة المعاملات لا تساوى صفرا فإن للنظام حلاً وحيداً

أما إذا كانت قيمة محدد مصفوفة المعاملات تساوى صفراً فإما أن يكون للنظام عدد لا نهائى من الحلول أو ليس له حل

محدد الرتبة الثالثة : $\begin{vmatrix} أ & ب & جـ \\ ء & هـ & و \\ ز & ح & ط \end{vmatrix}$ = أ $\begin{vmatrix} هـ & و \\ ح & ط \end{vmatrix}$ − ب $\begin{vmatrix} ء & و \\ ز & ط \end{vmatrix}$ + جـ $\begin{vmatrix} ء & هـ \\ ز & ح \end{vmatrix}$

محدد المصفوفة المثلثية

المصفوفة المثلثية هى مصفوفة جميع عناصرها التى تحت القطر الرئيسى (أو فوقه) أصفار ونلاحظ أن: قيمة محدد المصفوفة المثلثية يساوى حاصل ضرب عناصر قطرها الرئيسى.

$\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٠ & -٣ & ٥ \\ ٠ & ٠ & ٦ \end{vmatrix}$ = ١ × −٣ × ٦ = −١٨

$\begin{vmatrix} ٢ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٢ & ٠ \\ ٣ & -١ & ٩ \end{vmatrix}$ = ٢ × ٢ × ٩ = ٣٦

كُن مُجِد
https://enmujed.com

إيجاد مساحة سطح المثلث باستخدام المحددات

مساحة سطح المثلث الذى رؤوسه: س (أ ، ب) ، ص (جـ ، د) ، ع (هـ ، و) هي | مـ | حيث :

$$\text{مـ} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} أ & ب & 1 \\ جـ & د & 1 \\ هـ & و & 1 \end{vmatrix}$$

لإثبات أن النقاط س ، ص ، ع على استقامة واحدة إذا كان | مـ | = صفر

المعكوس الضربي لمصفوفة مربعة ٢ × ٢

المعكوس الضربى للمصفوفة على النظم ٢ × ٢

إذا كانت : م مصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢ حيث : $م = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$

١) نوجد محدد $م = \Delta$ حيث : $\Delta \neq 0$ ٢) $م^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{bmatrix}$

* إذا كانت : م ، ب مصفوفتان مربعتان كل منهما على النظم ٢ × ٢ و كان : م ب = ب م = I
فإن : المصفوفة ب تسمى معكوساً ضربياً للمصفوفة م و تسمى المصفوفة م معكوساً ضربياً للمصفوفة ب
* يكون للمصفوفة م معكوس ضربى إذا كان محدد $م = \Delta \neq 0$
* $(م \times ب)^{-1} = ب^{-1} \times م^{-1}$
* إذا كان : م س = ج فإن : $س = م^{-1} ج$ * إذا كان : س م = ج فإن : $س = ج م^{-1}$

حل معادلتي خطيتين بالمصفوفات

حل معادلتين آنيتين بإستخدام معكوس المصفوفة

إذا كان : أ س + ب ص = م
، جـ س + د ص = ن

فإذا فرضنا أن : $م = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$ ، $س = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix}$ ، $ج = \begin{bmatrix} م \\ ن \end{bmatrix}$

فإن : المعادلتين يمكن كتابتهما على صورة معادلة مصفوفية كما يلى : م س = ج

فيكون من الممكن إيجاد حل للمعادلة م س = ج كما يلى : $س = م^{-1} ج$

كُن مُجِد
https://enmujed.com

ورقة مفاهيم حساب مثلثات أولى ثانوي

المتطابقات المثلثية الأساسية

المتطابقة :هى متساوية صحيحة لجميع قيم المتغير الحقيقية والذى يُعرف به كل طرف من طرفي المتساوية.

المعادلة :هي متساوية صحيحة لبعض الأعداد الحقيقية التي تحقق هذه المتساوية وغير صحيحة للبعض الآخر الذي لا يحققها.

متطابقات المقلوب	جا θ قتا θ = ١	جا θ = $\frac{١}{\text{قتا}\theta}$	قتا θ = $\frac{١}{\text{جا}\theta}$
	جتا θ قا θ = ١	جتا θ = $\frac{١}{\text{قا}\theta}$	قا θ = $\frac{١}{\text{جتا}\theta}$
	ظا θ ظتا θ = ١	ظا θ = $\frac{١}{\text{ظتا}\theta}$	ظتا θ = $\frac{١}{\text{ظا}\theta}$
زوايا الربع الأول	جا ($\frac{\pi}{٢}$ - θ) = جتا θ	جتا ($\frac{\pi}{٢}$ - θ) = جا θ	ظا ($\frac{\pi}{٢}$ - θ) = ظتا θ
زوايا الربع الثاني	جا ($\frac{\pi}{٢}$ + θ) = جتا θ	جتا ($\frac{\pi}{٢}$ + θ) = - جا θ	ظا ($\frac{\pi}{٢}$ + θ) = - ظتا θ
	جا(π - θ)= جا θ	جتا(π - θ)= - جتا θ	ظا(π - θ)= - ظا θ
زوايا الربع الثالث	جا ($\frac{٣\pi}{٢}$ - θ)=- جتا θ	جتا ($\frac{٣\pi}{٢}$ - θ) = - جا θ	ظا ($\frac{٣\pi}{٢}$ - θ) = ظتا θ
	جا(π + θ)= - جا θ	جتا(π + θ)= - جتا θ	ظا(π + θ)= ظا θ
زوايا الربع الرابع	جا(- θ)= - جا θ	جتا(- θ)= جتا θ	ظا(- θ)= - ظا θ
	جا ($\frac{٣\pi}{٢}$ + θ)=- جتا θ	جتا ($\frac{٣\pi}{٢}$ + θ) = جا θ	ظا ($\frac{٣\pi}{٢}$ + θ) = - ظتا θ
	جا(٢π - θ)= - جا θ	جتا(٢π - θ)= جتا θ	ظا(٢π - θ)= - ظا θ
متطابقات فيثاغورس	جتا^{٢} θ + جا^{٢} θ = ١	١ – جا^{٢} θ = جتا^{٢} θ	١ – جتا^{٢} θ = جا^{٢} θ
	١ + ظا^{٢} θ = قا^{٢} θ	قا^{٢} θ – ظا^{٢} θ = ١	ظا^{٢} θ – قا^{٢} θ = - ١
	١ + ظتا^{٢} θ = قتا^{٢} θ	قتا^{٢} θ – ظتا^{٢} θ = ١	ظتا^{٢} θ – قتا^{٢} θ = - ١

ظا θ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$	ظتا θ = $\frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta}$

تبسيط المقادير المثلثية

لتبسيط المقدار نتبع الآتي :

- نستخدم المتطابقات إذا كانت العبارة تحوي متطابقة
- تبسيط الدوال التي تحوي π أو $\frac{\pi}{٢}$
- نلجأ للتحليل أو فك الأقواس في حال عدم امكانية استخدام المتطابقات
- نحول جميع النسب إلى جا θ ، جتا θ ثم نبسط

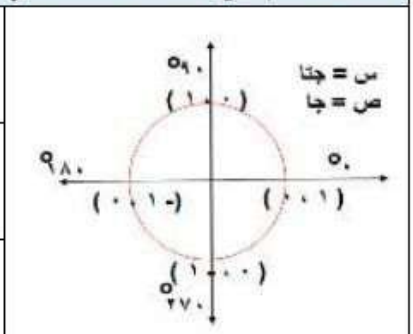
كُن مُجِد
https://enmujed.com

حل المعادلات المثلثية

الحل العام في حالة نسبة مثلثية = ك (عدد حقيقي)

جا θ = ك ، ك ∈ [-١ ، ١] ، ن ∈ ص	جتا θ = ك ، ك ∈ [-١ ، ١] ، ن ∈ ص	ظا θ = ك ، ك ∈ [-∞ ، ∞] ، ن ∈ ص
الحل : θ + ٢ن π (θ - π) + ٢ن π	θ + ٢ن π - θ + ٢ن π	θ + ن π

الحل العام في حالات خاصة (الزوايا الربعية)



جا θ = صفر ⇐ θ = ن π ، ن ∈ ص	جتا θ = صفر ⇐ θ = ن π + $\frac{\pi}{٢}$ ، ن ∈ ص
جا θ = ١ ⇐ θ = ٢ن π + $\frac{\pi}{٢}$ ، ن ∈ ص	جتا θ = ١ ⇐ θ = ٢ن π ، ن ∈ ص
جا θ = -١ ⇐ θ = ٢ن π + $\frac{٣\pi}{٢}$ ، ن ∈ ص	جتا θ = -١ ⇐ θ = ٢ن π + π ، ن ∈ ص

الحل في الفترة [٠ ، ٢ π [للزوايا الربعية

جا θ = صفر ⇐ θ = صفر ، π	جا θ = ١ ⇐ θ = $\frac{\pi}{٢}$	جا θ = -١ ⇐ θ = $\frac{٣\pi}{٢}$
جتا θ = صفر ⇐ θ = $\frac{\pi}{٢}$ ، $\frac{٣\pi}{٢}$	جتا θ = ١ ⇐ θ = صفر	جتا θ = -١ ⇐ θ = π

الحل العام في حالة جا س = جتا ص أو قتا س = قا ص

س + ص = ٩٠ + ٣٦٠ ن أو س - ص = ٩٠ + ٣٦٠ ن ، ن ∈ ص

الحل العام في حالة ظا س = ظتا ص

س + ص = ٩٠ + ١٨٠ ن ، ن ∈ ص

حل المثلث القائم الزاوية

حل المثلث يعني إيجاد أطوال أضلاعه وقياسات زواياه المجهولة

جا هـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{م ب}}{\text{م هـ}}$ المقابل = الوتر × جا الزاوية	جتا هـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ب هـ}}{\text{م هـ}}$ المجاور = الوتر × جتا الزاوية	ظا هـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{\text{م ب}}{\text{ب هـ}}$	

أولا : إذا علم طولا ضلعين	ثانيا : إذا علم طول ضلع وقياس زاوية
* نوجد الضلع الثالث باستخدام نظرية فيثاغورس أو بإستخدام نسبة مثلثية مناسبة للأطوال المعلومة *نوجد إحدى الزاويتين الحادتين بإستخدام نسبة مثلثية مناسبة للأطوال المعلومة *نوجد الزاوية الحادة الثانية= ٩٠ – الزاوية المعلومة	*نوجد الزاوية الحادة الثانية= ٩٠ – الزاوية المعلومة *نوجد طول الضلع الثاني بإستخدام نسبة مثلثية مناسبة للضلع والزاوية المعلومة *نوجد الضلع الثالث باستخدام نظرية فيثاغورس أو بنفس طريقة الضلع الثاني

زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض